

**LINTASAN BELAJAR DENGAN MODEL PEMBELAJARAN  
NOVICK UNTUK MENINGKATKAN PEMAHAMAN  
MATEMATIS PADA MATERI TEOREMA PYTHAGORAS  
(LEARNING TRAJECTORIES WITH NOVICK'S LEARNING MODEL TO  
ENHANCE MATHEMATICAL UNDERSTANDING IN THE  
PYTHAGOREAN THEOREM MATERIAL)**

**Salwa Zakiyah Ruhma<sup>1</sup>, Mega Nur Prabawati<sup>2</sup>, Nani Ratnaningsih<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Universitas Siliwangi, salwaazakiyahruhma15@gmail.com

<sup>2</sup>Universitas Siliwangi, meganurprabawati@unsil.ac.id

<sup>3</sup>Universitas Siliwangi, naniratnaningsih@unsil.ac.id

**Abstrak**

Siswa memerlukan pemikiran yang mendalam supaya dapat memahami pelajaran dengan baik. Namun, fakta di lapangan banyak siswa yang mengalami hambatan belajar seperti ketidaksiapan mental, keterbatasan pengetahuan dan metode pembelajaran yang kurang menarik. Tujuan penelitian yaitu merancang lintasan pembelajaran teorema Pythagoras dengan menerapkan model *Novick* dan mengimplementasikannya dalam proses pembelajaran untuk meningkatkan kemampuan pemahaman matematis. Penelitian ini menggunakan metode *design research*. Studi dilakukan di Kelas VIII A dan VIII B MTs swasta di Ciamis, Jawa Barat, tahun ajaran 2023/2024. Riset ini dimulai tahap pendahuluan, eksperimen dan analisis retrospektif. Hasil riset berupa desain lintasan belajar materi teorema Pythagoras dengan model *Novick* yang secara teoritis mampu memfasilitasi siswa menemukan konsep dan pembuktian kebenaran teorema Pythagoras dan dapat diterapkan dalam proses pembelajaran.

**Kata kunci:** *Lintasan Belajar, Novick, Kemampuan Pemahaman*

**Abstract**

*Students need deep thinking in order to understand the lesson well. However, the fact in the field is that many students experience learning barriers such as mental impairment, knowledge constraints and less attractive learning methods. The aim of the research was to design the learning path of the Pythagorean theorem by applying the Novick model and implementing it in the learning process to enhance the ability of mathematical understanding. This research uses the design research method. Studies were conducted in Classes VIII A and VIII B private MTs in Ciamis, West Java, school year 2023/2024. This research begins with preliminary, experimental and retrospective analysis. The results of the research were the design of the material learning trajectory of the Pythagorean theorem with the Novick model, which theoretically facilitated the student's discovery of the concept and proof of the truth of Pythagorean theorems and could be applied in the learning process.*

**Keywords:** *Learning Trajectory, Novick, Understanding Ability*

## PENDAHULUAN

Peningkatan mutu pengajaran matematika ditujukan untuk memenuhi kebutuhan akan pemahaman matematika dan relevansinya dalam kehidupan sehari-hari. Pemahaman matematika yang baik tidak hanya diperlukan dalam konteks akademik, tetapi juga berperan dalam pengembangan kemampuan berpikir kritis, analitis, dan pemecahan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Dengan mempelajari matematika, siswa akan terlatih dalam berpikir secara logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif (Towe, 2023).

Untuk mencapai berbagai kemampuan berpikir matematis yang lebih kompleks diperlukan adanya kemampuan pemahaman matematika (Ruhma, Susilawati & Nuraida, 2024). Kemampuan pemahaman matematis merupakan kemampuan yang paling dasar yang perlu dikuasai siswa (Safitri, Ardiawan & Haryadi, 2024). Pemahaman adalah kemampuan untuk menafsirkan dan memahami gagasan yang disampaikan oleh individu atau kelompok dalam sebuah definisi, sehingga menghasilkan pengetahuan yang mencakup prinsip, hukum dan teori. Konsep ini diperoleh melalui fakta, peristiwa, pengalaman, dengan cara generalisasi dan berpikir abstrak, serta penggunaan konsep untuk menjelaskan dan meramalkan (Purwandari, Rahayu & Dasna, 2022). Oleh karena itu, pemahaman konsep adalah kemampuan yang dimiliki siswa untuk memahami konsep dan menerapkan prosedur (algoritma) dengan fleksibel, akurat, efisien, dan tepat.

Salah satu konsep matematis yang memiliki peran penting dalam matematika adalah Teorema Pythagoras (Sarjana, 2024). Teorema Pythagoras yang ditemukan oleh matematikawan Yunani kuno bernama Pythagoras adalah suatu pernyataan fundamental dalam geometri yang menyatakan bahwa dalam segitiga siku-siku, kuadrat panjang sisi miring sama dengan jumlah kuadrat panjang sisi-sisi yang lain. Dalam formula matematis, teorema ini dapat dijelaskan sebagai  $a^2 + b^2 = c^2$ , di mana  $a$  dan  $b$  adalah panjang sisi-sisi yang membentuk sudut siku-siku, dan  $c$  adalah panjang sisi miring segitiga (Rakhmawati, 2022).

Pemahaman yang baik terhadap Teorema Pythagoras memungkinkan siswa untuk mengenali segitiga siku-siku, menghitung panjang sisi yang tidak diketahui, serta mengaplikasikan konsep tersebut dalam berbagai konteks praktis seperti pemetaan, arsitektur, dan rekayasa. Namun, dalam praktiknya, seringkali siswa menghadapi kesulitan dalam memahami dan mengaplikasikan konsep ini dalam situasi nyata (Kraeng, 2021).

Kenyataan di lapangan, banyak siswa yang masih mengalami hambatan belajar (*learning obstacle*), sehingga kurang optimal dalam memahami materi matematika. Hasil observasi dan wawancara di salah satu MTS Swasta di Ciamis, mengungkapkan bahwa siswa mengalami hambatan belajar yang terdiri dari *ontogenic obstacle*, *didactical obstacle*, dan *epistimological obstacle* (Nuraeni & Khaerunnisa, 2021). Siswa menghadapi tantangan ontogenik karena kesiapan mental mereka, seperti belum menguasai konsep dasar matematika, yang membuat sulit untuk memahami materi matematika yang lebih kompleks seiring perkembangan mereka. Selain itu, kemampuan kognitif yang rendah, memori yang kurang optimal, perhatian yang kurang dan kemampuan memproses informasi membuat siswa mengalami kesulitan memahami konsep dasar matematika dan menyelesaikan soal. Selain itu, proses pembagian sulit bagi siswa, terutama pembagian bilangan desimal. Ini disebabkan oleh ketidaksiapan siswa yang berkaitan dengan pengalaman belajar sebelumnya, serta kurangnya minat

dan keinginan siswa untuk belajar matematika.

Hambatan belajar *didactical obstacle* berasal metode atau media yang digunakan guru pada proses pembelajaran (Kulsum & Amelia, 2024). Pada LKS yang menjadi pegangan siswa materi hanya disajikan secara singkat dan hanya menyajikan definisi dan contoh-contoh, namun pada referensi tersebut kurang terdapat kegiatan yang melibatkan siswa dalam mengkonstruksi ide-ide pemikirannya. Selain itu, kurangnya penggunaan teknologi dikarenakan keterbatasan fasilitas di sekolah. *Epistemological obstacle* juga dialami siswa dikarenakan keterbatasan pengetahuan yang dimiliki siswa pada materi yang dipelajari atau konteks tertentu (Kulsum & Amelia, 2024). Siswa sulit menentukan rumus dan langkah yang harus dilakukan dalam menyelesaikan soal. Hambatan lainnya yaitu melakukan proses representasi simbol dan visual, menghubungkan materi satu dan lainnya, menghubungkan konsep Pythagoras dengan situasi dunia nyata. Siswa juga mengalami kesulitan dalam menafsirkan soal dan membuat pemodelan matematika terkait Pythagoras. Mereka mungkin belum mampu dengan baik dalam memahami soal dan menghubungkannya dengan konsep Pythagoras yang telah dipelajari.

Berdasarkan analisis dari *learning obstacle* yang dialami siswa, diperlukan adanya rancangan rencana pembelajaran yang akan memberikan dukungan kepada siswa untuk mencapai tujuan pembelajaran tertentu. Kegiatan pembelajaran diharapkan terstruktur, terencana dan menarik bagi siswa (Prasetia, Salwah & Karmila, 2020). Dalam hal ini diperlukan sebuah lintasan pembelajaran supaya pembelajaran yang dilakukan dapat efektif (Apriansyah, Sukirwan & Jaenudin, 2023).

Dalam merencanakan pembelajaran, pada dasarnya berkaitan dengan penyiapan perangkat pembelajaran yang akan digunakan pada proses pembelajaran dan langkah-langkah untuk mendukung pengembangan keterampilan perencanaan pembelajaran (Sumarni, 2023). Oleh karena itu, dalam merancang kegiatan pembelajaran dari *learning trajectory*, guru juga harus terlebih dahulu memiliki asumsi atau hipotesis untuk mengantisipasi respons dari siswa. Asumsi yang dimaksud adalah *hypothetical learning trajectory* (HLT) (Prasetia, Salwah & Karmila, 2020).

HLT adalah perkiraan atau hipotesis tentang bagaimana pemikiran dan pemahaman siswa berkembang selama proses pembelajaran (Lantakay *et al.*, 2023). Sementara itu, LIT merupakan hasil akhir dari HLT yang telah dirancang, diterapkan, dan kemudian dianalisis hasil pembelajarannya. HLT berisi rute yang diperkirakan akan dilalui oleh siswa selama proses pembelajaran berlangsung. Dengan memiliki gambaran ini, guru dapat lebih terarah dalam menyusun strategi pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan dan karakteristik siswa (Towe, 2023). HLT memberikan panduan bagi guru untuk menetapkan dan merumuskan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai. Dengan demikian, guru dapat merencanakan strategi atau langkah-langkah yang akan digunakan untuk mencapai tujuan pembelajaran yang diinginkan (Rezky, 2019).

Gravemeijer (Prahmana, 2018) menyatakan bahwa HLT terdiri dari 3 komponen utama meliputi (1) tujuan pembelajaran matematika untuk siswa, (2) aktivitas pembelajaran beserta perangkat/media yang digunakan dalam proses pembelajaran, dan (3) konjektur atau prediksi untuk mengantisipasi respons siswa yang mungkin muncul selama kegiatan belajar mengajar. Untuk memperkuat

*Learning Trajectory*, diperlukan suatu pendekatan pembelajaran yang dapat mencapai tujuan pembelajaran yang diharapkan (Towe, 2023).

Pembelajaran *Novick* dapat secara efektif meningkatkan kemampuan pemahaman matematis. Model pembelajaran *Novick* terdiri dari tiga tahap, yakni mengenalkan kerangka kerja alternatif, menciptakan ketegangan konseptual, dan mendorong penyesuaian kognitif. Pada tahap mengenalkan kerangka kerja alternatif, siswa mengungkapkan gagasan awal mereka, memungkinkan mereka untuk fokus pada apa yang terdapat dalam pemikiran mereka. Pada tahap menciptakan ketegangan konseptual, guru diharapkan menciptakan ketegangan kognitif bagi siswa melalui berbagai kegiatan seperti diskusi atau eksperimen. Kemudian pada tahap mendorong penyesuaian kognitif, siswa didorong untuk menciptakan skema baru untuk stimulus baru atau mengubah skema yang sudah ada, sehingga konsep-konsep tersebut berkembang menuju arah yang lebih ilmiah (Ruhma, Susilawati & Nuraida, 2024). Pembelajaran kognitif yang bermakna mengharuskan siswa untuk aktif terlibat dalam proses membangun pengetahuan yang akan terus diingat dalam ingatan mereka (Zhang, Velmayil & Sivakumar, 2021).

Beberapa penelitian terdahulu seperti (Towe, 2023) yang menghasilkan pengembangan desain lintasan belajar untuk materi luas permukaan dan volume prisma menggunakan model *problem based learning* (PBL) yang mendukung siswa kelas VIII SMP dalam menemukan konsep luas permukaan dan volume prisma. Riset (Rangkuti & Siregar, 2020) menunjukkan bahwa lintasan belajar menggunakan pendekatan realistik dinilai valid dengan skor validitas mencapai 85 dari hasil analisis oleh tiga validator dan lintasan belajar tersebut dianggap praktis dengan nilai 85,44 berdasarkan tanggapan siswa dalam kuesioner respon. Selain itu, riset (Ruhma, Susilawati & Nuraida, 2024) menunjukkan bahwa ada perbedaan dalam peningkatan kemampuan pemahaman matematika antara siswa yang mengikuti pembelajaran *Novick* dengan bantuan *Pythagorean Calc* dan mereka yang mengikuti pembelajaran ekspositori berdasarkan jenis kelamin. Selain itu, terdapat perbedaan dalam peningkatan motivasi belajar antara siswa dalam kelas eksperimen dan kelas kontrol. Pendekatan *Novick* yang didukung oleh *Pythagorean Calc* membantu siswa dalam membentuk konsep, mengkomunikasikan ide, berinteraksi, dan merenung, sehingga meningkatkan kemampuan pemahaman matematika dan motivasi belajar siswa.

Berdasarkan beberapa riset yang telah dipaparkan, belum ada yang secara spesifik melakukan penelitian yang berfokus kepada rancangan desain lintasan belajar model pembelajaran *Novick* untuk meningkatkan kemampuan pemahaman matematis pada materi teorema Pythagoras. Selain itu, model pembelajaran *Novick* belum banyak digunakan oleh para guru ataupun peneliti lainnya dalam pembelajaran matematika, sehingga perlu dilakukan penelitian mendalam guna memberikan referensi bagi dunia pendidikan matematika mengenai desain lintasan belajar yang digunakan. Dengan demikian, merujuk pada konteks yang telah dijelaskan sebelumnya, tujuan penelitian ini adalah merancang lintasan pembelajaran tentang materi teorema Pythagoras dengan menerapkan model *Novick* dan mengimplementasikannya dalam proses pembelajaran di MTS Miftahul Falah Panumbangan.

## KAJIAN TEORI

### 1. Lintasan Belajar

Lintasan belajar adalah gambaran perkembangan pemikiran siswa sepanjang proses pembelajaran yang mencakup hipotesis dan dugaan dari serangkaian rencana pembelajaran untuk mendorong perkembangan pemikiran siswa agar tujuan pembelajaran matematika dapat tercapai (Nurhasanah *et al.*, 2023). Lintasan belajar mencakup serangkaian tugas yang bertujuan untuk membentuk pemahaman dan mendukung perkembangan kognitif serta munculnya berbagai ide selama pembelajaran yang berfokus pada siswa (Teacher Collage, 2019). Lintasan belajar merefleksikan pemahaman siswa terhadap pembelajaran yang mencakup tujuan, kegiatan pembelajaran, dan hipotesis tentang proses pembelajaran yang mencerminkan pemikiran dan pemahaman siswa selama pembelajaran (Prahmana, 2018). Oleh karena itu, pembaruan lintasan belajar dalam pembelajaran matematika menjadi penting untuk memfasilitasi pemahaman siswa.

### 2. Model Pembelajaran Novick

Model yang diperkenalkan oleh Nusbaum dan Novick pada tahun 1982, merupakan pendekatan konstruktivis yang berfokus pada keterlibatan aktif siswa dan kesadaran terhadap materi pembelajaran (Novick, 1982). Melalui pendekatan pembelajaran aktif ini, siswa didorong untuk membangun pemahaman matematis mereka sendiri melalui konstruksi ide dan gagasan, serta komunikasi yang efektif. Hal ini menghasilkan lingkungan belajar yang interaktif dan berpusat pada siswa, mendorong terciptanya pembelajaran yang lebih mendalam dan bermakna (Cevikbas & Kaiser, 2020).

Model Novick terdiri dari tiga fase yang meliputi: *exposing alternative frameworks* (mempertunjukkan kerangka kerja alternatif) siswa); *creating conceptual conflict* (menciptakan konflik konseptual) dan *encouraging cognitive accommodation* (mendorong terjadinya akomodasi kognitif) (Novick, 1982).

### 3. Kemampuan Pemahaman Matematis

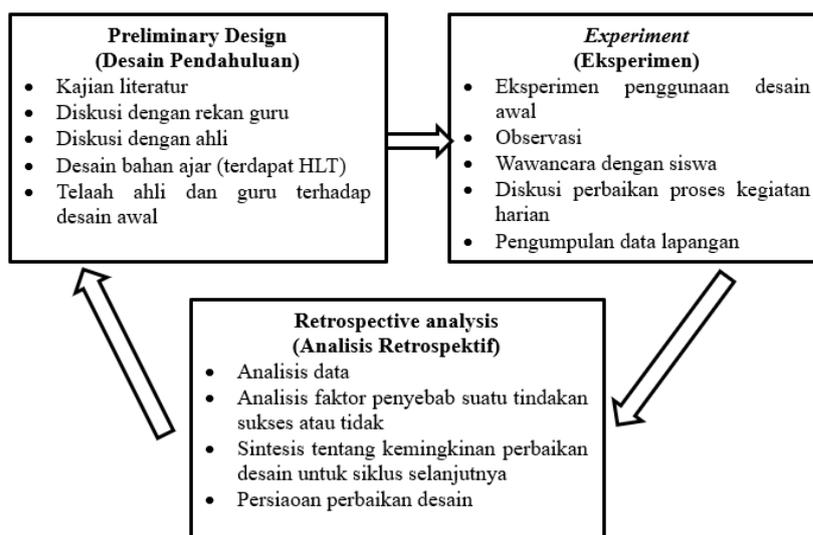
Pemahaman matematis adalah kemampuan untuk memahami dan menyerap ide dan gagasan matematis (Ruhma, Susilawati & Nuraida, 2024). Tujuan dari pembelajaran matematika adalah untuk mengembangkan dan memperdalam kemampuan pemahaman matematis siswa. Pemahaman matematis merupakan aspek terpenting dalam pembelajaran matematika karena dapat menjadi dasar untuk mengetahui sejauh mana pemahaman siswa terhadap suatu materi (Nuraeni *et al.*, 2018). Pentingnya kemampuan pemahaman matematis ini adalah agar siswa tidak hanya menghafal konsep tanpa memahami konsep tersebut. Jika siswa hanya menghafal konsep tanpa pemahaman, mereka tidak akan mampu memecahkan masalah matematis dengan baik (Utami & Hwang, 2021). Oleh karena itu, kemampuan pemahaman matematis siswa perlu ditingkatkan agar mereka dapat menyelesaikan permasalahan matematis dengan baik dan dapat menentukan langkah-langkah penyelesaian soal matematika yang harus ditempuh. Siswa dikatakan memiliki kemampuan pemahaman jika mereka dapat dengan jelas menafsirkan, menjelaskan, dan menerapkan ide-ide penting serta memahami nilai dari ide-ide tersebut. Selain itu, siswa juga mampu mengidentifikasi dan menerapkan ide-ide untuk memecahkan masalah, terutama masalah nonrutin,

dan mampu menjelaskan solusinya (Lomibao, Silk & Luna, 2017).

## METODE

Penelitian ini menggunakan *design research* yang bertujuan mengembangkan *local instruction theory* (LIT), yang dimaksudkan untuk meningkatkan kualitas pembelajaran melalui kerja sama antara peneliti dan guru (Prahmana, 2018). Tujuannya adalah untuk merancang lintasan pembelajaran tentang materi teorema Pythagoras dengan menerapkan model *Novick* dan mengimplementasikannya dalam proses pembelajaran. Penelitian ini dilakukan di MTS Miftahul Falah Panumbangan pada tahun ajaran 2023/2024, melibatkan 21 orang siswa dari Kelas VIII A dan 21 orang Kelas VIII B.

Penelitian ini terdiri dari tiga tahap: *preliminary design*, *experiment*, dan *retrospective analysis*. Pada tahap pertama, HLT dan materi pembelajaran dirancang. Peneliti melakukan tinjauan literatur, diskusi dan pencatatan lapangan untuk merancang HLT dan materi pembelajaran. Data dari tahap ini dianalisis untuk menghasilkan revisi perbaikan dan pengembangan HLT pada tahap penelitian. Pada tahap eksperimen, HLT yang telah direvisi kemudian diterapkan dalam tahap penelitian, dengan teknik pengumpulan data termasuk dokumentasi, lembar kerja siswa, wawancara, dan pencatatan lapangan. Data-data tersebut kemudian dianalisis pada tahap analisis retrospektif dengan membandingkan hipotesis lintasan pembelajaran dengan realitas pembelajaran di dalam kelas. Analisis retrospektif bertujuan untuk mengembangkan teori pembelajaran lokal (LIT). Kesimpulan dari penelitian diambil berdasarkan hasil analisis data yang telah dilakukan. Berikut diagram siklus *design research* ditunjukkan gambar berikut (Rangkuti & Siregar, 2020).



Gambar 1. Diagram Alur *Design Research*

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini dimulai dari tahap pendahuluan diantaranya dilakukan telaah literatur yang mencakup pengumpulan informasi terkait materi teorema Pythagoras dan tujuan pembelajaran untuk disesuaikan dengan model *Novick*. Peneliti juga mulai merancang serangkaian aktivitas pembelajaran yang harus dijalani oleh guru dan siswa, serta memprediksi jawaban-jawaban siswa yang

mungkin muncul selama proses pembelajaran. Prediksi mengenai alur pembelajaran siswa ini bersifat fleksibel, yang berarti dapat disesuaikan dan disesuaikan dengan kondisi siswa selama proses pengajaran. Aktivitas pembelajaran yang dipersiapkan membantu guru dalam merencanakan dengan lebih baik untuk mempersiapkan siswa dalam pembelajaran, sementara prediksi jawaban siswa memberikan informasi bagi guru untuk memberikan dukungan saat siswa menghadapi masalah.

Lintasan pembelajaran yang dirancang mencakup:

- a. Tujuan pembelajaran yang dirancang adalah siswa dapat membuktikan kebenaran rumus teorema Pythagoras
- b. Aktivitas pembelajaran dan dugaan respon siswa
  1. Kegiatan Pendahuluan
    - 1) Guru membuka pembelajaran dengan salam pembuka dan berdo'a
    - 2) Guru melakukan absensi
    - 3) Guru menyiapkan psikis dan fisik siswa
    - 4) Guru melakukan apersepsi
    - 5) Guru menghubungkan materi sebelumnya terhadap materi yang hendak dipelajari
    - 6) Guru menjelaskan manfaat dan tujuan pembelajaran yang berlangsung
  2. Kegiatan Inti
    - 1) Siswa dibagi ke dalam sejumlah kelompok yang masing-masing beranggotakan sebanyak 2-3 orang
    - 2) Siswa diberi gambaran permasalahan yang berhubungan terhadap materi yang dipelajari
    - 3) Selanjutnya guru memberikan masalah kepada siswa. Masalah yang diberikan termuat dalam aktivitas berikut ini:

Tabel 1. Hipotesis Lintasan Pembelajaran (HLT)

Indikator Pencapaian Kompetensi	Aktivitas Guru	Dugaan Respon Siswa
3.6.1 Memeriksa kebenaran teorema Pythagoras	✓ Guru meminta siswa untuk memberikan contoh benda yang berbentuk segitiga siku-siku ✓ Guru memberikan contoh gambar benda yang memiliki bentuk segitiga tumpul, segitiga siku-siku dan segitiga lancip.	✓ Siswa menyebutkan contoh benda berbentuk segitiga siku-siku. ✓ Siswa memperhatikan perbedaan antara segitiga tumpul, segitiga siku-siku dan segitiga lancip.
	<b>Fase 1 : <i>exposing alternative frameworks</i> (mempertunjukkan kerangka kerja alternative siswa)</b>	✓ Siswa dapat menyebutkan rumus Pythagoras.
	✓ Guru memberikan rangsangan berupa pertanyaan apakah yang	✓ Siswa belum dapat menyebutkan rumus Pythagoras secara lengkap. ✓ Siswa tidak

Indikator Pencapaian Kompetensi	Aktivitas Guru	Dugaan Respon Siswa
	<p>dimaksud teorema Pythagoras.</p> <p>✓ Guru melanjutkan memberikan rangsangan berupa pertanyaan bagaimana penerapannya dalam kehidupan sehari-hari</p> <p>✓ Guru menanyakan apakah teorema Pythagoras dapat digunakan pada semua jenis segitiga ataukah tidak.</p>	<p>mengetahui rumus teorema Pythagoras.</p> <p>✓ Siswa dapat menyebutkan contoh penerapan teorema Pythagoras dalam kehidupan sehari-hari</p> <p>✓ Siswa menjawab dan memahami bahwa teorema Pythagoras hanya dapat digunakan untuk segitiga siku-siku.</p> <p>✓ Siswa menjawab pertanyaan, namun tidak memahami alasannya.</p>
	<p><b>Fase 2: <i>Creating conceptual conflict</i> (menciptakan konflik konseptual)</b></p> <p>✓ Guru meminta siswa secara berkelompok membuktikan teorema Pythagoras dari media apapun yang dimiliki siswa</p> <p>✓ Guru meminta kelompok siswa melengkapi tabel untuk menentukan teorema Pythagoras</p>	<p>✓ Siswa membuktikan teorema Pythagoras dengan media kertas corak catur dan kertas lipat</p> <p>✓ Siswa melengkapi tabel dengan menghitung panjang sisi setiap segitiga serta kuadrat dari sisi-sisinya dari gambar atau model yang telah disediakan.</p>
	<p><b>Fase 3: <i>Encouraging cognitive accomodation</i> (mendorong terjadinya akomodasi kognitif).</b></p> <p>✓ Guru meminta siswa mempresentasikan hasil pembuktian teorema Pythagoras dan ditanggapi oleh</p>	<p>✓ Siswa mempresentasikan hasil pembuktian teorema Pythagoras dan saling menanggapi</p>

Indikator Pencapaian Kompetensi	Aktivitas Guru	Dugaan Respon Siswa
	kelompok lain ✓ Guru memberikan akomodasi dengan menjelaskan mengenai teorema Pythagoras dan pembuktiannya.	✓ Siswa memperhatikan penjelasan dari guru

### 3. Kegiatan Penutup

- 1) Siswa serta guru merefleksikan aktivitas yang telah dijalankan dan menyimpulkan materi yang sudah dipelajari.
- 2) Guru memberi Tugas/PR sebagai ajang belajar siswa di rumah
- 3) Guru menyampaikan materi yang akan dipelajari di pertemuan berikutnya
- 4) Guru mengakhiri pembelajaran dengan mengucapkan salam dan dilanjutkan dengan berdoa bersama.

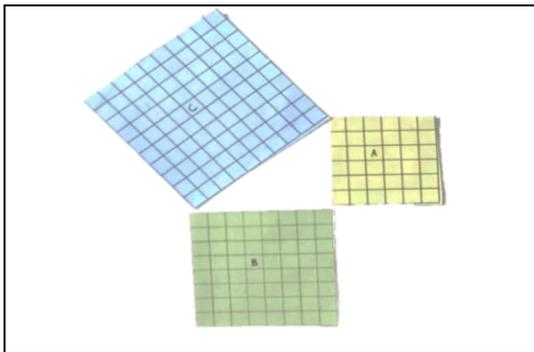
Kegiatan penelitian dilakukan di MTS Miftahul Falah Panumbangan dilakukan dua siklus. Siklus I dilaksanakan pada Kelas VIII A dan siklus II dilaksanakan pada siswa kelas VIII B. Kegiatan siklus I dilakukan untuk mengujicobakan desain pembelajaran yang telah dirancang dengan tujuan untuk mengembangkan dan memperbaiki hal-hal yang masih menghambat proses pembelajaran. Hasil siklus I akan diterapkan untuk siklus II. Setelah diterapkan siklus I, penelitian dilanjutkan ke siklus II. Peneliti kemudian menerapkan HLT yang bertujuan untuk mengeksplorasi dan menduga strategi dan pemikiran siswa selama proses pembelajaran yang sebenarnya.

Pada saat pembelajaran, siswa terlebih dahulu dibagi ke dalam 7 kelompok, dengan masing-masing kelompok berjumlah 2-3 orang. Selama proses pembelajaran, siswa dihadapkan pada aktivitas yaitu (1) membuktikan teorema Pythagoras dari media kertas corak catur atau kertas lipat (2) melengkapi tabel untuk menentukan teorema Pythagoras (3) menentukan rumus teorema Pythagoras beserta pembuktiannya.

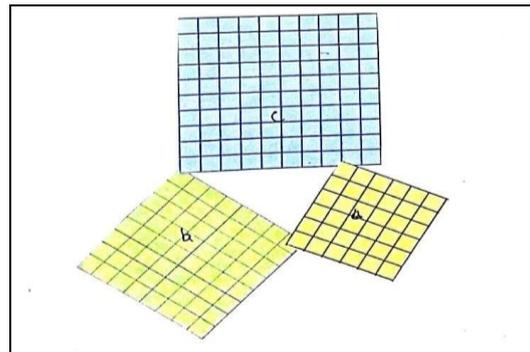
Pada aktivitas 1, siswa membuktikan teorema Pythagoras dari media kertas corak catur atau kertas lipat. Potongan kertas terdiri dari tiga buah persegi yang memiliki ukuran berbeda. Setiap kelompok siswa membuat dari kertas tersebut pembuktian teorema Pythagoras. Berikut hasil dan aktivitas siswa dalam kegiatan pembuktian teorema.



Gambar 2. Aktivitas 1



Gambar 3. Hasil Aktivitas Siswa



Gambar 4. Hasil Aktivitas Siswa

Dalam menyelesaikan masalah pembuktian teorema Pythagoras, sebagian siswa telah mampu mengkonstruksi gambar dari kertas untuk membuktikan teorema Pythagoras sesuai dengan instruksi yang ada seperti pada gambar 3. Namun, pada gambar 4, siswa belum mampu mengkonstruksi konsep dengan benar. Siswa keliru dalam membuat ilustrasi gambar. Siswa telah benar dalam menentukan persegi A, persegi B dan persegi C, namun ia salah dalam membuat ilustrasi yang tepat. Dua titik sudut dari masing-masing persegi tidak berimpit dengan dua titik sudut persegi yang lain, sehingga gambar tidak menghasilkan bentuk segitiga siku-siku di tengahnya. Hal tersebut sesuai dengan penelitian (Fenorika, Hafis & Wahab A, 2023) (Khaerunnisa, 2023) bahwa siswa keliru pada tahap pembuatan ilustrasi, sehingga pemahaman matematisnya dinilai kurang baik. Pada aktivitas 1 ini juga siswa diberikan pertanyaan yang meliputi, apakah luas persegi terbesar sama dengan luas persegi yang kecil? Apa hubungan antara nilai a, b dan c.

Pada aktivitas 2, siswa melengkapi tabel untuk menentukan teorema Pythagoras. Tabel yang diisi merupakan kelanjutan dari kegiatan 1, ketika telah berhasil membuat ilustrasi dengan benar. Kegiatan ini dilakukan supaya memperkuat dalil Pythagoras serta hubungan antara nilai a, b dan c, dimana c adalah sisi miring, sedangkan a dan b adalah sisi tegak segitiga siku-siku. Pada aktivitas ini, siswa tidak mengalami kesulitan yang berarti. Siswa hanya keliru pada bagian perhitungan kuadrat dikarenakan kurang teliti. Hal ini didukung oleh riset (Isfayani, 2023) bahwa siswa kurang teliti dalam proses pengerjaan kegiatan matematis. Berikut aktivitas siswa dalam melengkapi tabel.



## Gambar 5. Kegiatan Melengkapi Tabel

Pada aktivitas 3, siswa melakukan kegiatan presentasi yang kemudian ditanggapi siswa lain dalam kelompok. Siswa mempresentasikan hasil dari pembuatan ilustrasi teorema Pythagoras dari kertas dan hasil jawaban tabel sebagai bagian dari fase *encouraging cognitive accomodation* (mendorong terjadinya akomodasi kognitif) pada model pembelajaran *Novick*. Pada tahap ini, siswa berdiskusi seperti mengenai hubungan antara sisi a, b dan c pada gambar hasil ilustrasi, macam-macam cara pembuktian teorema Pythagoras.

Pada tahap selanjutnya adalah analisis retrospektif terhadap proses pembelajaran pada tahap *teaching experiment* (percobaan desain). Proses analisis data dilakukan dengan membandingkan hasil pengamatan selama proses pembelajaran dengan *hypothetical learning trajectory* (HLT) yang telah didesain pada tahap preliminary design. Berdasarkan aktivitas pembelajaran yang dilakukan diketahui bahwa siswa sudah mampu memahami, menganalisis dan menemukan beberapa hal dalam pembelajaran. Pada aktivitas 1 dan 2, siswa menemukan ilustrasi yang dapat membuktikan kebenaran teorema Pythagoras. Siswa memperkirakan ilustrasi gambar yang terbentuk dengan mengikuti informasi pada petunjuk, sehingga terkontruksi bangun yang tepat sebelum ia menentukan luas dari masing-masing bangun persegi tersebut. Selain itu, siswa juga berhasil dalam melengkapi tabel yang telah disediakan. Selanjutnya, siswa mampu menganalisis hubungan antara sisi-sisi dari segitiga siku-siku berdasarkan pemahaman konsep teorema Pythagoras bahwa panjang sisi miring selalu lebih besar daripada panjang salah satu kakinya dan lebih kecil daripada jumlah kedua kakinya. Diperoleh kesimpulan bahwa teorema Pythagoras menyatakan bahwa jumlah kuadrat panjang sisi-sisi tegak segitiga siku-siku sama dengan kuadrat panjang sisi miringnya. Hal ini sejalan dengan rancangan HLT yang telah di desain. Untuk itu, maka lintasan belajar tersebut dapat memfasilitasi siswa dalam menemukan konsep teorema Pythagoras.

Beberapa riset seperti (Towe, 2023) yang berjudul desain lintasan belajar dengan menggunakan *problem based learning* (PBL) pada materi luas permukaan dan volume prisma mengungkapkan bahwa hasil yang dicapai adalah pengembangan lintasan pembelajaran untuk materi luas permukaan dan volume prisma menggunakan pendekatan PBL. Secara konseptual, lintasan pembelajaran tersebut memiliki kapasitas untuk memfasilitasi siswa kelas VIII SMP dalam menemukan konsep luas permukaan dan volume prisma. Proses pembelajaran juga mencakup tahapan-tahapan PB, mulai dari orientasi, organisasi, bimbingan penyelidikan individu dan kelompok, pengembangan dan presentasi hasil karya, hingga analisis dan evaluasi. Lebih lanjut dalam riset (Rangkuti and Siregar, 2020) bahwa desain atau rancangan *learning trajectory* melalui pendekatan kontekstual dikategorikan baik dan dapat digunakan dalam proses pembelajaran. Lintasan pembelajaran yang dibangun menggunakan pendekatan realistik telah terbukti memenuhi kriteria praktis dengan baik, baik dari segi ketertarikan siswa, materi yang disampaikan, bahasa yang digunakan, maupun motivasi yang dihasilkan, mencapai skor sebesar 85,44%. Kesimpulan ini didasarkan pada data tanggapan siswa melalui angket dan observasi terhadap pelaksanaan pembelajaran.

Riset (Prasetya, Salwah & Karmila, 2020) mengungkapkan bahwa HLT dapat berperan penting dalam meningkatkan pemahaman siswa terhadap konsep-

konsep matematis dan dapat mengetahui lintasan belajar peserta didik dalam memahami konsep. Oleh karena itu, desain lintasan belajar dengan model pembelajaran *Novick* untuk meningkatkan pemahaman matematis pada materi teorema Pythagoras juga menjadi solusi berbagai *learning obstacle* yang dialami oleh siswa dan dapat diterapkan dalam proses pembelajaran matematika.

## SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa desain lintasan belajar untuk materi teorema Pythagoras dengan model *Novick* secara teoritis mampu memfasilitasi siswa menemukan konsep dan pembuktian kebenaran teorema Pythagoras dan dapat diterapkan dalam proses pembelajaran. Proses pembelajaran juga telah memuat langkah-langkah pembelajaran *Novick* yang terdiri dari tiga fase yaitu *exposing alternative frameworks* (mempertunjukkan kerangka kerja alternatif siswa), *Creating conceptual conflict* (menciptakan konflik konseptual), *Encouraging cognitive accomodation* (mendorong terjadinya akomodasi kognitif).

Oleh karena itu, berdasarkan hasil bahasan, peneliti berharap bahwa pendidik dapat mengembangkan lintasan belajar model pembelajaran yang inovatif yang dapat menarik minat belajar matematika siswa. Penelitian ini juga dapat menjadi referensi bagi peneliti lain untuk melakukan penelitian lebih lanjut untuk mengeksplorasi efektivitas model pembelajaran *Novick* dalam konteks pembelajaran matematika yang berbeda serta peneliti berharap pengembang kurikulum dapat menyediakan pelatihan dan dukungan bagi pendidik dalam menerapkan model pembelajaran *Novick* dan model pembelajaran variatif lainnya dalam praktik mengajar mereka.

## DAFTAR RUJUKAN

- Apriansyah, M. F., Sukirwan, S. and Jaenudin, J. (2023) 'Analisis Learning Obstacle pada Konsep Luas Permukaan Kubus dan Balok siswa Kelas VIII SMP Islam Pariskian', *Media Pendidikan Matematika*, 11(1), p. 70. doi: 10.33394/mpm.v11i1.8298.
- Cevikbas, M. and Kaiser, G. (2020) 'Flipped classroom as a reform-oriented approach to teaching mathematics', *ZDM - Mathematics Education*, 52(7), pp. 1291–1305. doi: 10.1007/s11858-020-01191-5.
- Fenorika, E. M., Hafis and Wahab A, A. (2023) 'Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Sistem Persamaan Linier Dua Variabel', *Al-Irsyad Journal of Mathematics Education*, 2(1), pp. 1–8. doi: 10.58917/ijme.v2i1.32.
- Isfayani, E. (2023) 'Analisis Kesulitan Belajar Matematika Materi Bentuk Aljabar Pada Siswa Smp Kelas Vii', *Jurnal Pendidikan Matematika Malikussaleh*, 3(1), p. 79. doi: 10.29103/jpmm.v3i1.11177.
- Khaerunnisa, E. (2023) 'Kesulitan Proses Matematisasi Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Ditinjau dari Adversity Quotient', 9(3), pp. 1487–1499. doi: 10.31949/educatio.v9i3.5155.
- Kraeng, Y. F. (2021) 'Analisis Kesulitan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Pada Materi Statistika', *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika Al Qalasadi*, 5(1), pp. 72–80. doi: 10.32505/qalasadi.v5i1.2366.
- Kulsum, Z. and Amelia, R. (2024) 'Didactical Obstacles for Junior High School

- Students in Post-Pandemic Mathematics Learning', (*Jiml*) *Journal of Innovative Mathematics Learning*, 7(1), pp. 106–114. doi: 10.22460/jiml.v7i1.19678.
- Lantakay, C. N. *et al.* (2023) 'Hypothetical Learning Trajectory: Bagaimana Perannya dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar?', *Griya Journal of Mathematics Education and Application*, 3(2), pp. 384–393. doi: 10.29303/griya.v3i2.329.
- Lomibao, L. S., Silk, C. J. G. and Luna, C. A. (2017) 'Contextualized Problem Solving: It's Effect on Students? Achievement, Conceptual Understanding and Mathematics Anxiety', *International Journal of Science and Research (IJSR)*, 6(7), pp. 2188–2198. doi: 10.21275/art20175656.
- Marta Towe, M. (2023) 'Desain Lintasan Belajar dengan Menggunakan Problem Based Learning pada Materi Luas Permukaan dan Volume Prisma', *GAUSS: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(2), pp. 54–64. doi: 10.30656/gauss.v6i2.7957.
- Novick, N.; (1982) 'Alternative Framework, Conceptual Conflict and Accomodation: Toward a Principled Teaching Strategy', *Journal Instructional Science*, 11(3).
- Nuraeni, N.-, Mulyati, E. S. and Maya, R. (2018) 'Analisis Kemampuan Pemahaman Matematis dan Tingkat Kepercayaan Diri Pada Siswa MTs', *JPMI (Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif)*, 1(5), p. 975. doi: 10.22460/jpmi.v1i5.p975-983.
- Nuraeni, Y. and Khaerunnisa, E. (2021) 'Analisis Learning Obstacle dalam Materi Hubungan Antar Sudut Siswa Kelas VII', *Jurnal Penelitian Pembelajaran Matematika*, 14, pp. 73–87.
- Nurhasanah, N. *et al.* (2023) 'Eksplorasi Lintasan Belajar Materi Pola Bilangan Dengan Konteks Q.S. Al-Anfal Ayat 66', *Jurnal AlphaEuclidEdu*, 4(1), p. 86. doi: 10.26418/ja.v4i1.63772.
- Prahmana, R. C. I. (2018) *Design Research (Teori dan Implemetasinya : Suatu Pengantar)*. Depok: PT RajaGrafindo Persada.
- Prasetya, A. S., Salwah, S. and Karmila, K. (2020) 'Hypothetical Learning Trajectory Peserta Didik Kelas X Sma Negeri 2 Palopo Pada Materi Trigonometri Melalui Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Group Investigation', *Pedagogy: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), pp. 145–160. doi: 10.30605/pedagogy.v5i2.422.
- Purwandari, I. D., Rahayu, S. and Dasna, I. W. (2022) 'Pengaruh Pendekatan Contextual Teaching and Learning terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Peserta Didik SMA', *Jurnal Pendidikan MIPA*, 23(2), pp. 681–691.
- Rakhmawati, I. (2022) *Kilas Balik Teorema Pythagoras*. Surabaya: CV Media Edukasi Creative.
- Rangkuti, A. N. and Siregar, A. I. (2020) 'Lintasan Belajar Teorema Pythagoras dengan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik', *Logaritma: Jurnal Ilmu-ilmu Pendidikan dan Sains*, 7(02), pp. 149–162. doi: 10.24952/logaritma.v7i02.2112.
- Rezky, R. (2019) 'Hypothetical Learning Trajectory (HLT) dalam Perspektif Psikologi Belajar Matematika', *Ekspose: Jurnal Penelitian Hukum dan Pendidikan*, 18(1), pp. 762–769. doi: 10.30863/ekspose.v18i1.364.

- Ruhma, S. Z., Susilawati, W. and Nuraida, I. (2024) 'Mathematical understanding and student learning motivation through *Novick* learning assisted by Pythagorean Calc', *AIP Conference Proceedings*, 3058(1). doi: 10.1063/5.0201140.
- Safitri, S., Ardiawan, Y. and Haryadi, R. (2024) 'Penggunaan Video Pembelajaran Menggunakan Sparkol Videoscribe terhadap Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa', *Mathema: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(1), pp. 77–89.
- Sarjana, N. K. E. A. A. S. A. I. D. P. (2024) 'Penerapan Metode Peer Teaching dalam Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematis Siswa', *Widyadari*, 25(1), pp. 49–59. doi: 10.59672/widyadari.v25i1.3653.
- Sumarni (2023) 'Lintasan Belajar Pengembangan Bahan Ajar Matematika Pembelajaran Berbasis Proyek', *Sigma: Jurnal Pendidikan Matematika*, 15, pp. 48–56.
- Teacher Collage (2019) *Learning Trajectories for Teacher (Designing Effective Professional Development for Math Instruction)*. Edited by P. H. W. P. SZttajn. New York : Teachers Collage Press.
- Utami, I. Q. and Hwang, W. Y. (2021) 'The impact of collaborative problem posing and solving with ubiquitous-decimal app in authentic contexts on math learning', *Journal of Computers in Education*, 9(3), pp. 427–454. doi: 10.1007/s40692-021-00209-5.
- Zhang, B., Velmayil, V. and Sivakumar, V. (2021) 'A deep learning model for innovative evaluation of ideological and political learning', *Progress in Artificial Intelligence*, (0123456789). doi: 10.1007/s13748-021-00253-3.