GAUSS: Jurnal Pendidikan Matematika, Vol. 08 No.01, Mei 2025
p-2620-956X, e-2620-8067
http://dx.doi.org/10.30656/gauss.v8i1.10556

PENYELESAIAN PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA DENGAN METODE EULER DAN HEUN MENGGUNAKAN MICROSOFT EXCEL

(*SOLUTION OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS USING EULER AND HEUN METHODS WITH MICROSOFT EXCEL*)

Della Kusumawati[1], Karismatun Nisak[2], Ari Wibowo[3]
[1]UIN Raden Mas Said Surakarta, dellakusumawati60@gmail.com
[2]UIN Raden Mas Said Surakarta, karismatunnisak@gmail.com
[3]UIN Raden Mas Said Surakarta, ari.wibowo@staff.uinsaid.ac.id
(081230856132)

Abstrak

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengkaji Microsoft excel dalam menyelesaikan Persamaan Diferensial Biasa (PDB) secara numerik menggunakan Metode Euler dan Metode Heun, baik kelebihan maupun kekurangnnya. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan pendekatan studi kasus. Data diperoleh dari berbagai sumber seperti buku, artikel ilmiah dan berbagai sumber digital lainnya yang relevan dengan topik penelitian. Analisis data meliputi penentuan soal persamaan diferensial biasa kemudian diimplementasikan secara sistematis dalam *Microsoft Excel*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa *Microsoft Excel* terbukti dapat digunakan sebagai alat bantu yang efektif dalam menyelesaikan Persamaan Diferensial Biasa (PDB) secara numerik. Namun, pada implementasinya memiliki kelebihan dan kekurangan.

Kata kunci: *Metode euler, metode heun, persamaan diferensial biasa, Microsoft excel*

Abstract

The purpose of this research is to examine Microsoft Excel in solving ordinary differential equations (ODEs) numerically using the Euler method and the Heun method, both its advantages and disadvantages. This research is conducted as a qualitative study with a causal approach. Data were obtained from various sources such as books, scientific articles, and other relevant digital sources related to the research topic. Data analysis includes the determination of ordinary differential equation problems, which are then systematically implemented in Microsoft Excel. The research results show that Microsoft Excel has proven to be an effective tool in numerically solving Ordinary Differential Equations (ODEs). However, in its implementation, it has advantages and disadvantages..

Keywords: *Euler Method, Heun Method, Ordinary Differential Equations, Microsoft Excel*

PENDAHULUAN

Matematika memiliki peran yang sangat krusial sebagai alat bantu dalam menyelesaikan berbagai permasalahan nyata. Banyak di antara permasalahan tersebut dapat direpresentasikan melalui model matematika berupa sistem persamaan diferensial (Pandia & Sitepu, 2021: 32). Persamaan Diferensial Biasa (PDB) menjadi salah satu yang paling sering digunakan karena kemampuannya dalam menggambarkan berbagai fenomena yang bersifat dinamis. Berbagai disiplin ilmu seperti fisika, biologi, ekonomi, hingga teknik, memanfaatkan PDB untuk memodelkan perilaku sistem yang berubah terhadap waktu (Anisman dkk., 2025: 16). Oleh karena itu, pemahaman yang mendalam tentang persamaan diferensial biasa menjadi kunci untuk menganalisis dan menyelesaikan permasalahan kompleks di dunia nyata.

Terdapat dua pendekatan utama yang dapat digunakan dalam menyelesaikan PDB, yakni metode analitik dan metode numerik (Purba dkk., 2024: 154). Metode analitik bertujuan untuk memperoleh solusi eksak atau tepat yang tidak mengandung galat sama sekali. Sebaliknya, metode numerik menghasilkan solusi pendekatan yang mendekati solusi sebenarnya. Meski tidak sempurna, solusi numerik dapat disesuaikan tingkat ketelitiannya sesuai kebutuhan (Fardinah, 2017: 30). Namun, tidak semua bentuk PDB dapat diselesaikan secara analitik. Kasus-kasus tertentu dimana bentuk persamaan terlalu kompleks, pendekatan numerik menjadi satu-satunya alternatif yang memungkinkan untuk mendapatkan solusi yang mendekati akurat (Resmawan dkk., 2023: 283).

Pendekatan numerik dalam menyelesaikan PDB dilakukan dengan membagi persamaan menjadi komponen-komponen kecil yang kemudian diselesaikan secara bertahap. Terdapat beberapa metode numerik yang umum diterapkan, diantaranya adalah metode euler dan metode heun (Hakim dkk., 2023: 128). Metode Euler dikenal sebagai teknik paling dasar dan sederhana yang menggunakan pendekatan garis lurus untuk memperkirakan solusi dalam interval waktu yang sangat kecil. Meskipun sederhana, metode ini cukup efektif untuk memberikan gambaran awal terhadap solusi. Sebaliknya, metode heun merupakan salah satu bentuk dari metode Runge-Kutta orde dua yang menawarkan ketelitian yang lebih tinggi. Hal ini dicapai melalui pendekatan interpolasi linier yang lebih akurat terhadap perubahan nilai dalam setiap interval waktu (Anisman dkk., 2025: 16-17).

Meskipun metode numerik menawarkan solusi yang mendekati akurat, penerapannya secara manual cenderung memerlukan waktu dan usaha yang cukup besar. Oleh karena itu, penggunaan perangkat bantu seperti perangkat lunak atau program komputer menjadi sangat penting dalam mempermudah proses perhitungan. Salah satu perangkat lunak yang dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan permasalahan matematis melalui metode numerik adalah Microsoft excel. Aplikasi ini telah menjadi alat bantu yang umum digunakan oleh banyak kalangan, baik di bidang akademik maupun profesional, karena kemampuannya yang fleksibel dan mudah diakses sesuai kebutuhan pengguna (Murni dkk., 2023: 3854).

Beberapa penelitian terdahulu terkait dengan penyelesaian persamaan diferensial seperti penelitian yang dilakukan oleh Jalil, dkk. (2020) menyatakan bahwa penggunaan fitur MAPLE Solve DE Atractively mampu mempermudah proses penentuan solusi persamaan diferensial orde-n sekaligus menyajikan visualisasi grafik dari solusi tersebut. Penelitian lain oleh Nugraha & Nurullaeli (2023) mengungkapkan penerapan metode numerik berbasis GUI MATLAB yang berfungsi sebagai sarana pembelajaran interaktif untuk menganalisis fenomena alam yang dapat dimodelkan dengan PDB. Sementara itu, Penelitian yang dilakukan oleh Ardhana, dkk (2022) menemukan bahwa pemrograman dengan Bahasa Julia dan Octave dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan masalah nilai batas pada PDB.

Meskipun MATLAB dan Maple dikenal sebagai perangkat lunak yang kuat dalam komputasi numerik dan simbolik, keduanya memiliki keterbatasan yang cukup signifikan dari sisi aksesibilitas dan biaya. MATLAB, sebagai perangkat lunak berbayar, memerlukan lisensi dengan harga tahunan yang bervariasi mulai dari sekitar Rp 646.338 hingga Rp 4.616.700 untuk pengguna akademik, sementara Maple bahkan lebih mahal, dengan biaya lisensi akademik mencapai sekitar Rp 23.532.103 per tahun. Biaya yang tinggi ini menjadi kendala besar, terutama di lingkungan pendidikan yang memiliki keterbatasan anggaran atau dalam kondisi pembelajaran jarak jauh yang menuntut ketersediaan perangkat lunak di rumah masing-masing siswa dan guru. Selain itu, kedua software ini memerlukan spesifikasi perangkat keras yang tidak ringan yaitu RAM minimal 4 GB dan ruang penyimpanan antara 5–10 GB yang tidak selalu tersedia pada perangkat standar siswa (Rachev dkk., 2021:9).

Sedangkan Microsoft Excel menawarkan kemudahan akses dan penggunaannya. Salemovic, dkk. (2023) menjelaskan penerapan MS Excel dalam menyelesaikan persamaan diferensial orde satu secara numerik serta perbandingan hasilnya dengan solusi analitik. Dalam studi tersebut, seluruh proses perhitungan sepenuhnya menggunakan Excel tanpa bantuan perangkat lunak khusus lainnya. Bahkan dalam kasus model matematika yang lebih kompleks dari dunia teknik, seperti aliran suspensi dan proses perpindahan panas dan massa. Hal ini membuktikan bahwa Excel memiliki potensi besar untuk dijadikan alternatif perangkat bantu numerik, terutama di lingkungan pendidikan dan praktik rekayasa yang membutuhkan solusi sederhana namun efektif. Berdasarkan hal tersebut maka menarik dilakukan penelitian tentang Penyelesaian persamaan diferensial biasa dengan metode euler dan heun menggunakan Microsoft excel.

KAJIAN TEORI

1. Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial merupakan bentuk persamaan yang melibatkan suatu fungsi bersama dengan turunannya (Pandia & Sitepu, 2021: 33). Secara umum, persamaan diferensial terbagi menjadi dua kategori utama, yaitu PDB dan Persamaan Diferensial Parsial (PDP) (Ibnas, 2017: 91). PDB digunakan Ketika fungsi yang tidak diketahui hanya bergantung pada satu variabel bebas atau dengan kata lain hanya melibatkan satu peubah bebas dalam bentuk turunannya (Murtafi'ah & Apriandi, 2018: 4).

Secara umum, persamaan diferensial biasa merupakan bentuk yang menggambarkan keterkaitan antara variabel bebas x, fungsi tak bebas y(x), serta turunannya seperti y', y'' dan seterusnya. Suatu persamaan diferensial dikatakan memiliki orde ke-n apabila turunan tertinggi yang muncul dalam persamaan tersebut adalah turunan berorder n (Ibnas, 2017: 91).

p-2620-956X, e-2620-8067 http://dx.doi.org/10.30656/gauss.v8i1.10556

2. Metode Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa

a. Metode Euler

Metode Euler merupakan salah satu pendekatan numerik satu langkah yang paling awal dan paling sederhana digunakan dalam menyelesaikan persamaan diferensial. Jika dibandingkan dengan metode numerik lainnya, tingkat ketelitian metode ini tergolong rendah (Septiani dkk., 2022: 31). Meskipun demikian, metode ini tetap penting untuk dipelajari karena sifatnya yang sederhana dan mudah dipahami. Pemahaman metode euler dapat menjadi dasar yang kuat untuk mempelajari metode numerik lainnya (Triatmodjo, 2016: 202).

Metode Euler diperoleh dengan mengambil pendekatan dari pengembangan deret taylor pada orde pertama:

$$y_{i+1} = y_i + y_i \Delta x + yi \frac{\Delta x^2}{2!} + \cdots$$

Jika nilai Δx kecil, maka suku yang mengandung pangkat lebih tinggi dari satu dapat diabaikan, sehingga persamaan dapat disederhanakan menjadi:

$$y_{i+1} = y_i + y_i \Delta x$$

Dari dua persamaan sebelumnya, metode Euler dengan kemiringan $\Phi = y'_i = f(x_i, y_i)$, dapat ditulis menjadi:

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)\Delta x \tag{1}$$

Persamaan tersebut merepresentasikan metode Euler dimana Nilai y_{i+1} diperkirakan memanfaatkan kemiringan fungsi pada titik x. Kemudian diekstrapolasikan secara linier sepanjang pias Δx.

b. Metode Heun

Metode heun merupakan pengembangan dari metode euler, yang dimodifikasi dalam hal pendekatan terhadap kemiringan. Metode ini dilakukan estimasi terhadap nilai turunan pada dua titik, yakni di awal dan akhir interval. Kedua nilai turunan tersebut kemudian dirata-ratakan untuk memperoleh taksiran kemiringan yang lebih akurat (Triatmodjo, 2016: 212).

Kemiringan tersebut selanjutnya digunakan dalam proses ekstrapolasi linier untuk menghitung nilai y_{i+1} berikutnya, sehingga

$$y_{i+1}^0 = y_i + f(x_i, y_i)\, \Delta x \tag{2}$$

Nilai y_{i+1}^0 dari persamaan tersebut kemudian dimanfaatkan untuk memperkirakan kemiringan pada titik akhir interval, yaitu:

$$y'_{i+1} = f(x_{i+1}, y_{i+1}^0)$$

 http://dx.doi.org/10.30656/gauss.v8i1.10556

Kemiringan yang diperoleh dari 2 persamaan diatas selanjutnya dirata-ratakan untuk menghasilkan nilai kemiringan rata-rata pada interval yang bersangkutan, yaitu:

$$\bar{y}' = \frac{y_i' + y_{i+1}'}{2} = \frac{f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^0)}{2} \quad (3)$$

Kemiringan rerata tersebut kemudian digunakan untuk ekstrapolasi linier dari y_i ke y_{i+1} , serupa dengan prinsip dasar metode euler guna memperoleh estimasi nilai y_{i+1}

$$y_{i+1} = y_i + \frac{f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^0)}{2} \Delta x \quad (4)$$

Metode heun sering dikenal sebagai metode prediktor-korektor. Persamaan (2) berfungsi sebagai prediktor yang memberikan taksiran awal nilai solusi, sedangkan persamaan (4) berperan sebagai korektor untuk menyempurnakan hasil taksiran tersebut. korektor.

3. Microsoft Excel

Microsoft Excel merupakan perangkat lunak yang dirancang untuk mengolah data numerik melalui lembar kerja (spreadsheet) yang tersusun atas baris dan kolom guna menjalankan berbagai perintah. Program ini secara mendasar memanfaatkan spreadsheet untuk mengelola informasi dan menjalankan berbagai fungsi yang dikenal sebagai formula excel. Selain itu, Microsoft excel juga memiliki fleksibilitas dalam pengembangannya, termasuk untuk membangun aplikasi sederhana yang berkaitan dengan konsep-konsep matematika (Febrianti dkk., 2020: 14).

Selain sebagai alat bantu pengolahan data numerik, Microsoft excel juga dikenal sebagai salah satu aplikasi spreadsheet paling popular dan banyak digunakan di berbagai jenis komputer, termasuk komputer mikro. Bahkan, Microsoft excel menjadi perangkat lunak spreadsheet yang paling luass penggunaannya secara global. Fungsionalitas Microsoft excel mencakup kemampuan untuk mengolah, memodifikasi, menyortir, serta menganalisis data. Tidak hanya itu, Microsoft Excel juga menyediakan fitur visualisasi data melalui representasi grafis seperti diagram dan grafik, sehingga informasi dapat disampaikan dengan lebih jelas dan menarik (Novita dkk., 2023: 110).

METODE

Metode penelitian yang digunakan dalam artikel ini adalah penelitian kualitatif dengan pendekatan studi kasus. Data diperoleh dari berbagai sumber seperti buku, artikel ilmiah dan berbagai sumber digital lainnya yang relevan dengan topik penelitian. Analisis data diawali dengan penentuan soal persamaan diferensial. Soal tersebut diselesaikan menggunakan metode Euler dan Heun, di mana masing-masing metode memiliki rumus yang diimplementasikan secara sistematis dalam Microsoft Excel. Microsoft Excel digunakan untuk menyusun tabel iterasi dan melakukan perhitungan otomatis. Validasi hasil dilakukan dengan mengkaji

GAUSS: Jurnal Pendidikan Matematika, Vol. 08 No.01, Mei 2025
p-2620-956X, e-2620-8067 http://dx.doi.org/10.30656/gauss.v8i1.10556

Microsoft excel dalam menyelesaikan PDB secara numerik menggunakan metode Euler dan metode Heun, baik kelebihan maupun keterbatasannya. Hasil penelitian ini diharapkan memberikan gambaran mengenai potensi Microsoft excel sebagai alat bantu dalam penyelesaian numerik persamaan diferensial.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bagian ini menyajikan hasil penyelesaian persamaan diferensial biasa menggunakan metode Euler dan metode Heun dengan berbantuan Microsoft excel. Penyelesaian dilakukan terhadap soal yang telah ditentukan. Hasil perhitungan disusun dalam bentuk tabel. Sebagai Langkah awal, dipertimbangkan sebuah persamaan diferensial biasa sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dx} = 1{,}5x^2 - 10x + 8$$

Penyelesaian persamaan ini dilakukan dengan metode euler dan metode heun menggunakan ukuran $\Delta x = 0{,}25$ untuk interval $0 \leq x \leq 3$ serta $y\,(0) = 1$ dengan penyelesaian eksaknya adalah $y = 0{,}5x^3 - 5x^2 + 8x + 1$. Langkah-langkah perhitungannya akan dipaparkan sebagai berikut.

1. Metode Euler
   a. Buat tabel pada Microsoft excel yang berisi kolom $xi, yi, f(xi, yi), yi + 1$ dan error (%). Kemudian isi kolom xi pada iterasi pertama dengan angka 0, karena $y\,(0) = 1$ sehingga x dimulai dari 0.

	A	B	C	D	E
1	xi	yi	f(xi, yi)	yi+1	error(%)
2	0				
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					

Gambar 1. Tabel Iterasi Metode Euler

   b. Nilai xi berikutnya cukup menambahkan 0,25 dari nilai sebelumnya. Karena nilai yang digunakan dalam soal adalah $\Delta x = 0{,}25$ maka setiap iterasi akan mengalami selisih tetap sebesar 0,25. Lanjutkan pengisian nilai hingga mencapai batas atas domain, yaitu $x = 3$ sesuai dengan ketentuan $0 \leq x \leq 3$.

p-2620-956X, e-2620-8067 http://dx.doi.org/10.30656/gauss.v8i1.10556

	A	B	C	D	E
1	xi	yi	f(xi, yi)	yi+1	error(%)
2	0				
3	0,25				
4	0,5				
5	0,75				
6	1				
7	1,25				
8	1,5				
9	1,75				
10	2				
11	2,25				
12	2,5				
13	2,75				
14	3				

Gambar 2. Hasil Perhitungan Nilai xi

Selanjutnya, nilai yi diperoleh dengan mensubstitusikan nilai xi ke dalam solusi anlitik dari persamaan diferensial yaitu $y = 0{,}5x^3 - 5x^2 + 8x + 1$. Isi pada iterasi pertama kemudian tarik rumus ke bawah untuk menghitung nilai yi pada seluruh baris. Hasil perhitungannya ditunjukkan pada gambar berikut.

	A	B	C	D	E
1	xi	yi	f(xi, yi)	yi+1	error(%)
2	0	1			
3	0,25	2,695313			
4	0,5	3,8125			
5	0,75	4,398438			
6	1	4,5			
7	1,25	4,164063			
8	1,5	3,4375			
9	1,75	2,367188			
10	2	1			
11	2,25	-0,61719			
12	2,5	-2,4375			
13	2,75	-4,41406			
14	3	-6,5			

Gambar 3. Hasil Perhitungan Nilai yi

c. Kemudian pada kolom $f(xi, yi)$ diisi dengan hasil substitusi xi ke dalam turunan dari fungsi y, yaitu: $\frac{dy}{dx} = 1{,}5x^2 - 10x + 8$. Lalu disubstitusikan nilai xi ke dalam persamaan ini untuk memperoleh nilai turunan pada setiap titik. Masukkan rumus tersebut ke kolom $f(xi, yi)$pada Excel, lalu tarik ke bawah.

	A	B	C	D	E
1	xi	yi	f(xi, yi)	yi+1	error(%)
2	0	1	8		
3	0,25	2,695313	5,59375		
4	0,5	3,8125	3,375		
5	0,75	4,398438	1,34375		
6	1	4,5	-0,5		
7	1,25	4,164063	-2,15625		
8	1,5	3,4375	-3,625		
9	1,75	2,367188	-4,90625		
10	2	1	-6		
11	2,25	-0,61719	-6,90625		
12	2,5	-2,4375	-7,625		
13	2,75	-4,41406	-8,15625		
14	3	-6,5	-8,5		

Gambar 4. Hasil Perhitungan Nilai F(xi, yi)

d. Selanjutnya, hitung nilai $yi + 1$ sebagai pendekatan numerik dari solusi diferensial menggunakan persamaan (1). Karena $y(0) = 1$ maka pada iterasi pertama nilainya 1. Nilai $yi + 1$dihitung pada iterasi kedua dengan menambahkan nilai yi sebelumnya dengan hasil perkalian antara Δx dan nilai $f(xi, yi)$.

xi	yi	f(xi, yi)	yi+1	error(%)
0	1	8	1	
0,25	2,695313	5,59375	3	
0,5	3,8125	3,375	4,398438	
0,75	4,398438	1,34375	5,242188	
1	4,5	-0,5	5,578125	
1,25	4,164063	-2,15625	5,453125	
1,5	3,4375	-3,625	4,914063	
1,75	2,367188	-4,90625	4,007813	
2	1	-6	2,78125	
2,25	-0,61719	-6,90625	1,28125	
2,5	-2,4375	-7,625	-0,44531	
2,75	-4,41406	-8,15625	-2,35156	
3	-6,5	-8,5	-4,39063	

Gambar 5. Hasil Perhitungan Nilai yi+1

e. Langkah terakhir adalah menghitung nilai galat (*error*) menggunakan rumus $= \frac{yi - yi+1}{yi} \times 100$ dengan rumus excelnya **=ABS((B3-D3)/B3)*100.** Perhitungan dimulai dari iterasi kedua karena pada iterasi pertama nilai solusi numerik dan solusi analitik sama, sehingga tidak terjadi selisih yang dapat dihitung sebagai galat.

xi	yi	f(xi, yi)	yi+1	error(%)
0	1	8	1	
0,25	2,695313	5,59375	3	11,30435
0,5	3,8125	3,375	4,398438	15,36885
0,75	4,398438	1,34375	5,242188	19,18295
1	4,5	-0,5	5,578125	23,95833
1,25	4,164063	-2,15625	5,453125	30,95685
1,5	3,4375	-3,625	4,914063	42,95455
1,75	2,367188	-4,90625	4,007813	69,30693
2	1	-6	2,78125	178,125
2,25	-0,61719	-6,90625	1,28125	307,5949
2,5	-2,4375	-7,625	-0,44531	81,73077
2,75	-4,41406	-8,15625	-2,35156	46,72566
3	-6,5	-8,5	-4,39063	32,45192

Gambar 6. Hasil Perhitungan Galat Metode Euler

2. Metode Heun
   a. Buat tabel pada Microsoft excel yang berisi kolom $xi, yi, f(xi, yi), y_1^0 + 1, f(xi + 1, y_1^0 + 1)$, rata kemiringan, $yi + 1$ dan galat error (%). Kemudian isi kolom xi pada iterasi pertama dengan angka 0, karena $y\ (0) = 1$ sehingga x dimulai dari 0 seperti pada metode euler sebelumnya.

xi	yi	f(xi, yi)	yi0+1	f(xi+1, yi0+1)	rata kemiringan	yi+1	error(%)
0							

Gambar 7. Tabel Iterasi Metode Heun

 http://dx.doi.org/10.30656/gauss.v8i1.10556

b. Selanjutnya, pada baris kedua kolom xi, nilai diperoleh dengan menambahkan 0,25 pada nilai sebelumnya. Baris ketiga dan seterusnya diisi dengan cara menarik rumus ke bawah hingga iterasi mencapai $x = 3$. karena $\Delta x = 0{,}25$ maka nilai x akan bertambah sebesar 0,25 pada setiap iterasi hingga mencapai $x = 3$. Hasil perhitungannya ditunjukkan pada gambar berikut.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	xi	yi	f(xi, yi)	yi0+1	f(xi+1, yi0+1)	rata kemiringan	yi+1	error(%)
2	0							
3	0,25							
4	0,5							
5	0,75							
6	1							
7	1,25							
8	1,5							
9	1,75							
10	2							
11	2,25							
12	2,5							
13	2,75							
14	3							

Gambar 8. Hasil Perhitungan Nilai xi

c. Kemudian untuk mencari nilai yi dapat menggunakan persamaan analitik yang sudah diketahui yaitu $y = 0{,}5x^3 - 5x^2 + 8x + 1$. Persamaan ini digunakan untuk menghitung solusi eksak dari permasalahan yang sedang dianalisis. Setiap nilai x disubstitusikan ke dalam persamaan tersebut untuk memperoleh nilai yi yang merepresentasikan solusi analitik pada titik-titik tertentu. Nilai ini kemudian digunakan sebagai acuan untuk dibandingkan dengan pendekatan numerik. Hasil perhitungannya ditunjukkan pada gambar berikut.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	xi	yi	f(xi, yi)	yi0+1	f(xi+1, yi0+1)	rata kemiringan	yi+1	error(%)
2	0	1						
3	0,25	2,695313						
4	0,5	3,8125						
5	0,75	4,398438						
6	1	4,5						
7	1,25	4,164063						
8	1,5	3,4375						
9	1,75	2,367188						
10	2	1						
11	2,25	-0,61719						
12	2,5	-2,4375						
13	2,75	-4,41406						
14	3	-6,5						

Gambar 9. Hasil Perhitungan Nilai yi

d. Langkah selanjutnya adalah mencari nilai pada kolom $f(xi, yi)$dengan cara mensubstitusi setiap nilai x ke dalam persamaan $\frac{dy}{dx} = 1{,}5x^2 - 10x + 8$. Persamaan tersebut hanya bergantung pada variabel x, maka nilai yi tidak mempengaruhi hasil substitusi.

xi	yi	f(xi, yi)	yi0+1	f(xi+1, yi0+1)	rata kemiringan	yi+1	error(%)
0	1	8					
0,25	2,695313	5,59375					
0,5	3,8125	3,375					
0,75	4,398438	1,34375					
1	4,5	-0,5					
1,25	4,164063	-2,15625					
1,5	3,4375	-3,625					
1,75	2,367188	-4,90625					
2	1	-6					
2,25	-0,61719	-6,90625					
2,5	-2,4375	-7,625					
2,75	-4,41406	-8,15625					
3	-6,5	-8,5					

Gambar 10. Hasil Perhitungan Nilai F(xi, yi)

e. Berdasarkan informasi awal bahwa $y(0) = 1$ maka kolom $yi + 1$ pada iterasi pertama diisi dengan angka 1. Nilai ini kemudian digunakan untuk mencari nilai pada kolom y_{i+1}^0 dengan menggunakan persamaan (2) yaitu $y_{i+1}^0 = y_i + f(x_i, y_i)\,\Delta x$ dimana Δx merupakan ukuran langkah yang dalam hal ini bernilai 0,25. Nilai ini nantinya akan digunakan dalam proses koreksi untuk mendapatkan estimasi akhir. Namun, pada iterasi pertama saat $x = 0$, kolom y_{i+1}^0 dikosongkan karena nilai awal telah diketahui secara eksplisit yaitu $y(0) = 1$ dan tidak diperoleh melalui pendekatan numerik.

xi	yi	f(xi, yi)	yi0+1	f(xi+1, yi0+1)	rata kemiringan	yi+1	error(%)
0	1	8				1	
0,25	2,695313	5,59375	3				
0,5	3,8125	3,375	1,398438				
0,75	4,398438	1,34375	0,84375				
1	4,5	-0,5	0,335938				
1,25	4,164063	-2,15625	-0,125				
1,5	3,4375	-3,625	-0,53906				
1,75	2,367188	-4,90625	-0,90625				
2	1	-6	-1,22656				
2,25	-0,61719	-6,90625	-1,5				
2,5	-2,4375	-7,625	-1,72656				
2,75	-4,41406	-8,15625	-1,90625				
3	-6,5	-8,5	-2,03906				

Gambar 11. Hasil Perhitungan Nilai yi0+1

f. Setelah memperoleh nilai y_{i+1}^0, langkah selanjutnya adalah menghitung nilai $f(xi + 1, y_{i+1}^0)$ dengan menggunakan persamaan yang telah diketahui sebelumnya yaitu $\frac{dy}{dx} = 1{,}5x^2 - 10x + 8$. Karena pada persamaan tersebut hanya bergantung pada variabel x saja maka hanya perlu mensubstitusikan nilai x_i tanpa melibatkan nilai y_{i+1}^0. Sehingga pada kolom ini hasilnya akan sama dengan kolom $f(xi, yi)$. Nilai ini mulai dihitung dari iterasi kedua, mengikuti alur perhitungan sebelumnya.

p-2620-956X, e-2620-8067 http://dx.doi.org/10.30656/gauss.v8i1.10556

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	xi	yi	f(xi, yi)	yi0+1	f(xi+1, yi0+1)	rata kemiringan	yi+1	error(%)
2	0	1	8				1	
3	0,25	2,695313	5,59375	3	5,59375			
4	0,5	3,8125	3,375	1,398438	3,375			
5	0,75	4,398438	1,34375	0,84375	1,34375			
6	1	4,5	-0,5	0,335938	-0,5			
7	1,25	4,164063	-2,15625	-0,125	-2,15625			
8	1,5	3,4375	-3,625	-0,53906	-3,625			
9	1,75	2,367188	-4,90625	-0,90625	-4,90625			
10	2	1	-6	-1,22656	-6			
11	2,25	-0,61719	-6,90625	-1,5	-6,90625			
12	2,5	-2,4375	-7,625	-1,72656	-7,625			
13	2,75	-4,41406	-8,15625	-1,90625	-8,15625			
14	3	-6,5	-8,5	-2,03906	-8,5			

Gambar 12. Hasil Perhitungan Nilai F (xi+1, yi0+1)

g. Selanjutnya adalah menghitung rata kemiringan dengan menggunakan persamaan (3). Pada langkah ini perhitungan juga dimulai pada iterasi kedua seperti alur perhitungan sebelumnya. Hasil dari perhitungan ini terlihat pada gambar berikut.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	xi	yi	f(xi, yi)	yi0+1	f(xi+1, yi0+1)	rata kemiringan	yi+1	error(%)
2	0	1	8				1	
3	0,25	2,695313	5,59375	3	5,59375	6,796875		
4	0,5	3,8125	3,375	1,398438	3,375	4,484375		
5	0,75	4,398438	1,34375	0,84375	1,34375	2,359375		
6	1	4,5	-0,5	0,335938	-0,5	0,421875		
7	1,25	4,164063	-2,15625	-0,125	-2,15625	-1,328125		
8	1,5	3,4375	-3,625	-0,53906	-3,625	-2,890625		
9	1,75	2,367188	-4,90625	-0,90625	-4,90625	-4,265625		
10	2	1	-6	-1,22656	-6	-5,453125		
11	2,25	-0,61719	-6,90625	-1,5	-6,90625	-6,453125		
12	2,5	-2,4375	-7,625	-1,72656	-7,625	-7,265625		
13	2,75	-4,41406	-8,15625	-1,90625	-8,15625	-7,890625		
14	3	-6,5	-8,5	-2,03906	-8,5	-8,328125		

Gambar 13. Hasil Perhitungan Nilai Rata Kemiringan

h. Setelah nilai-nilai tersebut diperoleh maka penyelesaian metode heun dapat dilakukan menggunakan persamaan (4). Nilai $yi + 1$ dihitung pada iterasi kedua dengan menambahkan nilai yi sebelumnya dengan hasil perkalian antara Δx dan rata kemiringan. Hasil perhitungannya adalah sebagai berikut.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	xi	yi	f(xi, yi)	yi0+1	f(xi+1, yi0+1)	rata kemiringan	yi+1	error(%)
2	0	1	8				1	
3	0,25	2,695313	5,59375	3	5,59375	6,796875	2,699219	
4	0,5	3,8125	3,375	4,097656	3,375	4,484375	3,820313	
5	0,75	4,398438	1,34375	4,664063	1,34375	2,359375	4,410156	
6	1	4,5	-0,5	4,746094	-0,5	0,421875	4,515625	
7	1,25	4,164063	-2,15625	4,390625	-2,15625	-1,328125	4,183594	
8	1,5	3,4375	-3,625	3,644531	-3,625	-2,890625	3,460938	
9	1,75	2,367188	-4,90625	2,554688	-4,90625	-4,265625	2,394531	
10	2	1	-6	1,167969	-6	-5,453125	1,03125	
11	2,25	-0,61719	-6,90625	-0,46875	-6,90625	-6,453125	-0,58203	
12	2,5	-2,4375	-7,625	-2,30859	-7,625	-7,265625	-2,39844	
13	2,75	-4,41406	-8,15625	-4,30469	-8,15625	-7,890625	-4,37109	
14	3	-6,5	-8,5	-6,41016	-8,5	-8,328125	-6,45313	

Gambar 14. Hasil Perhitungan Nilai yi+1

Berdasarkan gambar tersebut terlihat bahwa nilai pada kolom y_{i+1}^{0} mengalami perubahan dari nilai sebelumnya. Hal ini disebabkan oleh sifat interatif dari metode heun, dimana setiap perubahan pada nilai $yi + 1$ akan mempengaruhi perhitungan ulang nilai y_{i+1}^{0} pada iterasi berikutnya.

p-2620-956X, e-2620-8067 http://dx.doi.org/10.30656/gauss.v8i1.10556

i. Langkah terakhir adalah menghitung nilai galat (error). Galat dihitung dengan cara membandingkan antara solusi analitik dan solusi numerik pada setiap titik xi. Pada perhitungan Microsoft excel rumus tersebut dapat dituliskan sebagai **=ABS((B3-G3)/B3)*100.** Sehingga error yang dihasilkan pada metode heun adalah sebagai berikut.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	xi	yi	f(xi, yi)	yi0+1	f(xi+1, yi0+1)	rata kemiringan	yi+1	error(%)
2	0	1	8				1	
3	0,25	2,695313	5,59375	3	5,59375	6,796875	2,699219	0,144928
4	0,5	3,8125	3,375	4,097656	3,375	4,484375	3,820313	0,204918
5	0,75	4,398438	1,34375	4,664063	1,34375	2,359375	4,410156	0,26643
6	1	4,5	-0,5	4,746094	-0,5	0,421875	4,515625	0,347222
7	1,25	4,164063	-2,15625	4,390625	-2,15625	-1,328125	4,183594	0,469043
8	1,5	3,4375	-3,625	3,644531	-3,625	-2,890625	3,460938	0,681818
9	1,75	2,367188	-4,90625	2,554688	-4,90625	-4,265625	2,394531	1,155116
10	2	1	-6	1,167969	-6	-5,453125	1,03125	3,125
11	2,25	-0,61719	-6,90625	-0,46875	-6,90625	-6,453125	-0,58203	5,696203
12	2,5	-2,4375	-7,625	-2,30859	-7,625	-7,265625	-2,39844	1,602564
13	2,75	-4,41406	-8,15625	-4,30469	-8,15625	-7,890625	-4,37109	0,973451
14	3	-6,5	-8,5	-6,41016	-8,5	-8,328125	-6,45313	0,721154

Gambar 15. Hasil Perhitungan Galat Metode Heun

Berdasarkan hasil perhitungan tersebut, terlihat bahwa metode euler menghasilkan galat error 32,45192% dan metode heun menghasilkan galat sebesar 0,721154%. Perbandingan angka tersebut menunjukkan bahwa metode heun lebih akurat dibanding metode euler. Hal ini sejalan dengan pendapat Anisman, dkk. (2025: 16) bahwa dengan ukuran langkah yang sama, metode heun memberikan akurasi yang lebih baik dari pada metode euler.

Baik metode euler maupun heun, keduanya dapat diimplementasikan dengan mudah melalui Microsoft excel. Microsoft excel terbukti mampu memfasilitasi penyelesaian numerik persamaan diferensial melalui penyusunan tabel iteratif yang sistematis. Fitur perhitungan secara otomatis memungkinkan untuk langsung melihat perubahan nilai setiap iterasi. Sejalan yang dikemukakan oleh Nursita, dkk. (2021: 2) excel merupakan aplikasi lunak yang familiar, mudah diakses dan tidak memerlukan kemampuan pemrograman.

Namun demikian, di balik kelebihan yang dimiliki, excel juga memiliki keterbatasan. Salah satunya adalah apabila terjadi kesalahan perhitungan maupun salah memasukkan rumus, maka harus memeriksa secara manual. Hal ini sejalan dengan temuan Rizqi & Suseno (2023: 9) bahwa excel diperlukan *double check* menggunakan perhitungan manual karena memiliki potensi kurang presisi akibat input rumus yang tidak tepat. Dengan demikian, dalam mengimplementasikan Microsoft excel tetap harus cermat dan teliti.

SIMPULAN DAN SARAN

Microsoft excel terbukti dapat digunakan sebagai alat bantu yang efektif dalam menyelesaikan PDB secara numerik. Excel mempermudah proses perhitungan melalui penyusunan tabel iteratif dan fitur perhitungan otomatis, sehingga membantu memahami proses numerik secara sistematis. Namun, excel memiliki keterbatasan dalam hal akurasi input rumus yang menuntut ketelitian tinggi. Sehingga, perlu melakukan pengecekan secara manual untuk memastikan kebenaran perhitungan.

Oleh karena itu, berdasarkan hasil penelitian, diharapkan dalam menyelesaikan PDB bisa menggunakan perangkat lunak lain yang memiliki tingkat akurasi perhitungan yang lebih tinggi. Perangkat lunak seperti *python* dan *mathematica* dapat menjadi alternatif yang lebih andal. Terutama penyelesaian PDB yang lebih kompleks dan memerlukan ketelitian yang lebih tinggi.

DAFTAR RUJUKAN

Anisman, M. A., Ediputra, K., Wahyuni, M., & Hidayat, A. (2025). Perbandingan Galat Metode Euler dan Metode Heun Dalam Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa. *Integrasi Episdemik: Jurnal Multidisiplin Inovatif*, *1*(2), 16–22.

Ardhana, N. K. K., Nurdiati, S., Naji, M. K., & Mukrim, S. A. (2022). Akurasi Dan Efisiensi Solusi Persamaan Diferensial Biasa Dengan Masalah Nilai Batas Pada Julia Dan Octave. *Jurnal Matematika UNAND*, *11*(1), 32–46. https://doi.org/10.25077/jmu.11.1.32-46.2022

E, J., Jusriani, & F, Z. W. (2020). Penentuan Solusi perssamaan Differensial Biasa Mengggunakan Maple. *Axiomath: Jurnal Matematika dan Aplikasinya*, *2*(1), 5–9.

Fardinah. (2017). Solusi Persamaan Diferensial Biasa dengan Metode Runge-Kutta Orde Lima. *Jurnal MSA (Matematika dan Statistika serta Aplikasinya)*, *5*(1), 30. https://doi.org/10.24252/jmsa.v5n1p30

Febrianti, T., Ali, E. P., Nurvia, M., & Harahap, E. (2020). Penyelesaian Aturan Cosinus Menggunakan Aplikasi Berbasis Microsoft Excel. *Jurnal Matematika*, *19*(2), 13–18.

Hakim, N. A., Thoyyibah, & Fauziah, E. (2023). Implementasi Javascript pada Metode Numerik. *Eureka Media Aksara*, 1–23.

Ibnas, R. (2017). Persamaan Differensial Eksak dengan Faktor Integrasi. *Jurnal MSA (Matematika dan Statistika serta Aplikasinya)*, *5*(2), 91–99.

Murni, V., Sandi, P. V., Gon, K., Marianto, V. A., Bagur, A., & Kunang, A. J. (2023). Pelatihan Microsoft Excel Berbasis Metode Numerik untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahasiswa. *JMM (Jurnal Masyarakat Mandiri)*, *7*(4), 3853–3862.

Murtafi'ah, W., & Apriandi, D. (2019). *Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya*. *UNIPMA PRESS*. Madiun. Diambil dari http://scioteca.caf.com/bitstream/handle/123456789/1091/RED2017-Eng-8ene.pdf?sequence=12&isAllowed=y%0Ahttp://dx.doi.org/10.1016/j.regsciurbeco.2008.06.005%0Ahttps://www.researchgate.net/publication/305320484_SISTEM_PEMBETUNGAN_TERPUSAT_STRATEGI_MELESTARI

Novita, D., Sihotang, F. P., & Khairani, S. (2023). Pelatihan Penggunaan Microsoft Excel Untuk Mengolah Data Bagi Siswa/i SMK Bina Cipta Palembang. *Jurnal Pengabdian Kepada Masyarakat Fordicate*, *2*(2), 109–118. https://doi.org/10.35957/fordicate.v2i2.4759

Nugraha, A. M., & Nurullaeli. (2023). Penyelesaian Numerik Persamaan Differensial Biasa Orde Satu dan Orde Dua Berbasis Graphical Unit Interface MATLAB. In *Prosiding Diskusi Panel Nasional pendidikan Matematika* (hal. 267–273).

Nursita, L., Astina, A., Isakasari, I., & Amiruddin, I. (2021). Efektivitas Penggunaan Microsoft Excel Dalam Pengolahan Nilai Rapor Siswa Sma

Negeri 11 Bone. *Educational Leadership: Jurnal Manajemen Pendidikan*, *1*(1), 1–9. https://doi.org/10.24252/edu.v1i1.21994

Pandia, W., & Sitepu, I. (2021). Penentuan Galat Persamaan Diferensial Biasa Orde 1 Dengan Metode Numerik. *Jurnal Mutiara Pendidikan Indonesia*, *6*(1), 31–37. https://doi.org/10.51544/mutiarapendidik.v6i1.1907

Purba, F., Sihotang, H. M. W., Sukma, M., Tarigan, N. C. W., Sihombing, T. V., & Elfitra. (2024). Analisis Penyelesaian Soal Persamaan Diferensial Euler. *Jurnal Multidisiplin Inovatif*, *8*(6), 153–161.

Rachev, S., Racheva, M., Andreev, A., & Ganchev, D. (2021). Mathematical software tools applicable to remote learning and scientific research in case of isolation. *International Scientific Journal "Mathematical Modeling," 5*(1), 8–12.

Resmawan, R., Rosydah, B. M., & Handayani, R. P. (2023). Komparasi Skema Numerik Euler, Runge-Kutta dan Adam-Basforth-Moulton untuk Menyelesaikan Solusi Persamaan Osilator Harmonik. *Euler : Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, *11*(2), 282–292. https://doi.org/10.37905/euler.v11i2.22420

Rizqi Rahayu, & Priyo Suseno, D. (2023). Analisis Perbandingan Quantity Take Off Menggunakan BIM Glodon Cubicost dengan Microsoft Excel. *Jurnal Teknik Sipil*, *16*(2), 1–15. https://doi.org/10.56444/jts.v16i2.1220

Salemović, D., Sekulić, T., Tihi, N., & Maljugić, B. (2023). Application of the MS Excel on Numerical Solving of Ordinary Differential Equations. In *International Scientific Conference on Information Technology, Computer Science and Data Science* (hal. 105–109). https://doi.org/10.15308/sinteza-2023-105-109

Septiani, S. D. R., Latip, A., Kamilah, W. N., & Suwanda, C. (2022). Analisis Komparatif Metode Jacobian Dan Metode Euler Dalam Kasus Proyeksi Jumlah Penduduk. *Jurnal Riset Matematika dan Sains Terapan*, *2*(1), 29–38.

Triatmodjo, B. (2016). *Metode Numerik*. Yogyakarta: Beta Offset Yogyakarta.